

Řešení úlohy č. 3

Evakuace

Označme si jednotlivé podmínky jako výroky A_i . Podmínka prvního typu odpovídá spojení $A_i \vee A_j$. Podmínka druhého typu odpovídá $\neg(A_i \wedge A_j)$ a třetí odpovídá formuli $A_i \Rightarrow A_j$. Tyto podmínky musí být splněny zároveň, tedy hledáme ohodnocení $\pi : \{A_1, \dots, A_n\} \rightarrow \{0, 1\}$. (zde n označuje celkový počet různých požadavků od domorodců). Celou takovou formuli lze jednoduše přepsat do konjunktivního normálního tvaru, tj. jako konjunkci disjunkcí (viz https://en.wikipedia.org/wiki/Conjunctive_normal_form). Konkrétně podmínka typu 1 už je v disjunkci, podmínka dva lze přepsat na $\neg A_i \vee \neg A_j$ a třetí podmínka lze psát jako $\neg A_i \vee A_j$. Řešíme tedy SAT problém (viz https://en.wikipedia.org/wiki/Boolean_satisfiability_problem), ve kterém každá klauzule má velikost 2. To je speciální případ SATu (zvaný 2-SAT, který se dá vyřešit v lineárním čase pomocí silně souvislých komponent jistého grafu. Pro více detailů viz (například) <https://cp-algorithms.com/graph/2SAT.html>). Kdyby klauzule měly obecně i nanejvýš 3 proměnné, problém je NP-těžký a existuje dokonce hypotéza, že jej nelze řešit v subexponenciálním čase (ETH).