

# Řešení úlohy č. 1

## Procházka

---

### Algoritmus

Jednotlivé křižovatky interpretujeme jako vrcholy  $V$  a cesty mezi nimi jako hrany  $E$ . Jelikož zadání dovoluje mít mezi křižovatkami více než jednu cestu, jedná se o multigraf. V ideálním okruhu se nemají opakovat hrany, tedy každou můžeme navštívit nejvýš jednou. Hledáme tedy *tah*. Chceme navíc projít každou cestu právě jednou, hledáme tedy *Eulerovský tah*. Má začínat a končit ve stejném vrcholu, chceme tedy *uzavřený Eulerovský tah*. Dá se ukázat, že v (multi)grafu existuje uzavřený eulerovský tah právě když je souvislý a všechny vrcholy mají sudý stupeň. Souvislost je zaručena ze zadání ("Aktuálně se v zoo dá po cestách dostat mezi libovolnými dvěma křižovatkami"). Stačí tedy napočítat liché stupně v grafu. Podle principu sudosti je počet vrcholů lichého stupně vždy sudý. Označme  $q$  počet vrcholů lichého stupně. Nyní, protože povolujeme multihrany, stačí přidat párování sestávající z  $q/2$  hran mezi tyto vrcholy. Tj. jsou-li to vrcholy  $v_1, \dots, v_q$ , můžeme přidat například hrany:  $v_1v_2, v_3v_4, \dots, v_{q-1}v_q$ . Postup výše se dá realizovat v čase  $O(n + m)$ . Poznamenejme, že i kdybychom chtěli realizovat výpis daného tahu, šlo by to udělat ve stejném čase.

**K zamyšlení** Co by se změnilo, kdyby graf na vstupu nebyl souvislý?

( netriviální ) Co by se změnilo, kdyby v grafu nebyly povolené multihrany?