

Řešení úlohy č. 3

Vchod

Pokud úlohu vyřešíme pro všechny dotazy typu $(x, 0)$, budeme ji schopni vyřešit i pro dotazy typu (x, N) , $(0, y)$ a (N, y) stejným způsobem. Předpokládejme tedy, že se na vstupu vyskytují pouze dotazy $(x, 0)$, pro $0 \leq x \leq N$.

Před vstoupením do zoo musí každý člověk projít buďto bodem $(0, 0)$, a nebo bodem $(N, 0)$. Vytvořme tedy dvě množiny s_1 a s_2 . Pro každý domek A , ze kterého lidé projdou bodem $(0, 0)$, přidáme do s_1 čas cesty $A \rightarrow (0, 0)$. A pro každý domek B , ze kterého lidé projdou bodem $(N, 0)$, přidáme do s_2 čas cesty $B \rightarrow (N, 0)$. Odpovědí na dotaz $(x, 0)$ bude $\max(\max(s_1) + x, \max(s_2) + N - x)$.

Příklad: Mějme $N = 10$, $d_1 = (4, -1)$, $d_2 = (7, -3)$

Lidé z domku č.1 dorazí do $(0, 0)$ za $\sqrt{4^2 + -1^2} = 4,12$ sekund a do $(10, 0)$ za $\sqrt{(4-10)^2 + -1^2} = 6,08$ sekund. Pro dotaz, kde $x < (6,08 - 4,12 + 10)/2 = 5,98$ to budou mít rychleji přes bod $(0, 0)$ a do s_1 tedy chci zahrnout čas 4,12 (a pro všechny dotazy, kde $x \geq 5,98$, chci naopak zahrnout čas 6,08 do s_2). Obdobně pro domek č.2 chci do s_1 zahrnout čas 7,61 pokud $x < 6,68$.

Obecně vzato tedy pro každý domek D existuje parametr k (v tomto případě $k_1 = 5,98$ a $k_2 = 7,61$) takový, že pro všechny dotazy, kde $x < k$, chci do s_1 přidat čas $D \rightarrow (0, 0)$ a pro všechny dotazy, kde $x \geq k$, chci do s_2 přidat čas $D \rightarrow (N, 0)$.

Pro udržování s_1 tedy potřebuji strukturu s těmito operacemi:

add(t, k) - přidá do struktury čas t s parametrem k .

del(t, k) - odebere ze struktury čas t s parameter k .

max(x) - vrátí největší čas t takový, že pro jeho parametr k platí $x < k$

Pro s_2 je situace symetricky stejná.

Jako takovou strukturu můžeme použít například segmentový strom, který každou z těchto operací zvládne za $O(\log(Q))$, celková časová složitost je tedy $O(Q \cdot \log(Q))$.