Řešení úlohy č. 1
Dělníci

Algoritmus Jednotlivé jazyky, mezi kterými je třeba překládat interpretujeme jako vrcholy neorientovaného grafu $G = (V, E)$. Hrana mezi jazykem ℓ_1 a ℓ_2 je právě když existuje překladatel, který umí přeložit z ℓ_1 do ℓ_2. V úloze nás zajímá nejlevnější překlad, proto si pro každou takovou dvojici pamatujeme ten *nejlevnější překlad* (pakliže jich existuje víc). Graf je tedy hranově ohodnocený. Každý překladatel překládá z libovolného do libovolného jazyka, který je v jeho seznamu. Jsou-li to jazyky $\ell_1, \dots, \ell_m$, znamená to v řeči tohoto grafu přidat kliku (úplný graf) na vrcholech $\ell_1, \dots, \ell_m$ s cenou c. Pokud mezi nějakými vrcholy ℓ_i, ℓ_j již je hrana s cenou c', pak si ponecháme c' pokud $c' < c$, jinak přepíšeme ohodnocení této hrany na c. Nakonec nás zajímá nejlevnější překlad mezi dvěma zadanými jazyky. To přesně odpovídá nejkratší cestě v takovém grafu. Toho lze dosáhnout například Dijkstrovým algoritmem, který lze implementovat s časovou složitostí $O((|V| + |E|) \log |V|)$ s použitím binární haldy nebo $O(|V| \log |V| + |E|)$ s Fibonacciho haldou. Velikost vstupních dat připouští i implementaci Dijkstrova algoritmu v čase $O(|V|^2)$ za použití pole, případně lze použít jiné naivnější algoritmy pro hledání nejkratší cesty (například podrozdělit hrany a použít klasické BFS). Referenční řešení využívá Dijkstru s binární haldou. Dočíst o Dijkstrově algoritmu se lze například ve studijních materiálech[1]) FIKSu.

Korektnost Korektnost algoritmu je vidět z konstrukce grafu. Každý nejlevnější překlad odpovídá nějaké nejkratší cestě v takto zkontruovaném grafu.

Konečnost, složitost Každá klika přidaná do grafu má $m \leq 5$ vrcholů tedy v každém z $p \leq 100$ kroků přidáme nanejvýš $m(m-1)/2 \leq 10$ hran, celkem tedy má graf nejvýš 1000 hran. Dále již závisí na konkrétní implementaci algoritmu hledání nejkratších cest. Použijeme-li Dijkstrův algoritmus, bude jistě konečný díky konečnosti Dijkstrova algoritmu. Složitost se opět může lišit v závislosti na implementaci. Kdy použijeme Fibonacciho haldu, dosáhneme složitosti $O(|V| \log |V| + |E|)$.

[1]) `https://fiks.fit.cvut.cz/p/studijni-materialy`