

# Řešení úlohy č. 1

## Byrokracie

---

### Algoritmus

Jednotlivá povolení tvoří vrcholy orientovaného grafu  $G$ . Závislosti mezi nimi určují hrany grafu, kde hrana  $(u, v) \in E(G) \iff$  povolení  $u$  závisí na povolení  $v$  (tedy je nejprve potřeba vyřídit  $v$ , pak teprve  $u$ ). Cílem úlohy je najít posloupnost vrcholů  $v_1, v_2, \dots, v_n$  takovou, že pro každou hranu  $(v_i, v_j) \in E(G)$  platí  $i < j$ .

Uspořádání takové posloupnosti se říká topologické, viz Průvodce labyrintem algoritmů<sup>1</sup>). K nalezení topologického uspořádání lze využít algoritmus DFS. Stačí projít graf do hloubky a poznamenat si pořadí, ve kterém DFS vrcholy uzavírá. Pozpátku je tato posloupnost topologicky uspořádaná. Narazíme-li v průběhu algoritmu na již otevřený vrchol, je v grafu cyklus, a správná odpověď je tedy **ajajaj**.

### Korektnost

Algoritmus projde všechny vrcholy, ale nepoznamená si žádný vrchol, dokud nevypsál všechny jeho závislosti.

### Složitost

Časová i paměťová složitost zůstávají jako u DFS, tedy  $O(|V(G)| + |E(G)|)$ , což jsou optimální složitosti (minimálně tolik času a paměti je třeba pro přečtení a uložení grafu). Tato analýza spoléhá na konstantní čtení a zápis stavu vrcholů, jako by tomu bylo s využitím měnitelného pole (vektoru). Řešení využívající vyhledávacího stromu k uložení stavu vrcholů by mělo časovou složitost  $O(|V(G)| \cdot \log |V(G)| + |E(G)|)$ . DFS se vždy zastaví.

---

<sup>1</sup>) <http://pruvodce.ucw.cz/static/pruvodce.pdf#page=128>