

Řešení úlohy č. 1

Ranní překvapení

Nejprve si povšimneme, že nemá smysl měnit stav žádné bomby více než jednou (dvě změny jsou ekvivalentní žádné změně) a nezáleží na pořadí změn (výsledek bude vždy stejný).

Nejpřímochařejší řešení je vyzkoušet hrubou silou všechny možnosti. Pro tento účel můžeme úplně zapomenout na aktuální rozložení aktivních bomb a jejich časů. Vytvoříme si pomocnou mapu a na ní postupně budeme generovat všechny možné kombinace políček, na kterých změníme stav bomby. Pro každou vygenerovanou kombinaci pak tuto změnu skutečně provedeme, spočítáme čas potřebný na provedení všech změn a zkontrolujeme, jestli jsou všechny bomby deaktivovány. Pokud ano, zkontrolujeme ještě, jestli spočítaný čas není menší, než dosud nejmenší uložený (na začátku tuto hodnotu inicializujeme na nekonečno). Počet kombinací, které budeme zkoušet, je přesně 2^{WH} . Pokud program naimplementujeme šikovně, zvládneme každou další kombinaci vygenerovat za amortizovaně konstantní čas a zároveň při generování budeme rovnou měnit stavy bomb i na opravdové mapě, počítat čas i počet aktivních bomb. Časová složitost celého algoritmu tedy bude $O(2^{WH})$.

Bohužel při maximálních povolených rozměrech mapy 20×20 bude popsáný algoritmus příliš pomalý. Musíme se zamyslet, jak ho ještě zrychlit.

Dejme tomu, že by nám někdo napověděl, kterým bombám na *prvním* řádku mapy je potřeba změnit stav, abychom našli optimální řešení. Nastavíme tedy první řádek podle nápovědy a dále už ho nebudeme měnit. Nyní si tento první řádek, políčko po políčku, pořádně prohlédneme. Nechtě na některém políčku v prvním řádku je nyní aktivní bomba. Protože celý první řádek už nechceme měnit, můžeme bombu deaktivovat jedine změnou stavu bomby na políčku pod ní. Její stav tedy určitě změníme, protože bomba nesmí zůstat aktivní. Pokud je na některém políčku v prvním řádku naopak neaktivní bomba, stav v políčku pod ní určitě měnit nebudeme, protože bychom tím bombu aktivovali a už bychom neměli k dispozici způsob, jak ji znovu deaktivovat. To znamená, že pevně určený stav prvního řádku nám jednoznačně určuje nutné změny na druhém řádku. Pokud ale máme určený stav na druhém řádku, můžeme použít stejný argument a zjistíme, že i na třetím řádku už je vše jednoznačně určeno. Tímto způsobem můžeme pokračovat až k poslednímu řádku. Zbývá tedy otázka, jak získat nápovědu pro první řádek. Vzhledem k tomu, že na prvním řádku je maximálně 20 políček, můžeme si dovolit pro něj vyzkoušet všechny možnosti. Pro každou možnost dopočítáme zbytek mapy, zjistíme, jestli jsme všechny bomby deaktivovali (stačí zkontrolovat jen poslední řádek) a případně si uložíme čas, pokud je dosud nejkratší. Počet možných kombinací na prvním řádku je 2^W a zbytek mapy dopočítáme za čas $O(WH)$, celková složitost je tedy $O(2^W WH)$.