Řešení úlohy č. 3

Nový kalendář

Tato úloha se dala řešit velmi jednoduše pomocí pár vnořených for cyklů. To ale není moc efektivní a dohromady nám to dá složitost $O(N)$, kde N je rozdíl počtu dní mezi zadaným datem a dnem počátku kalendáře. Sofistikovanějším řešením je vymyslet si na celý převod vzoreček, který nám vše zvládne spočítat v čase konstantním.

První si spočítáme počet dní od počátku (1.1. roku 0) po začátek daného dne:

$$\text{(počet dní od roku 0 do počátku daného roku)}+$$

$$+\text{(počet dní od počátku daného roku po počátek daného měsíce)} + \text{(daný den} - 1).$$

Počet dní od roku 0 do počátku daného roku získáme jako:

$$\text{(počet dní v běžném roce)} \times \text{rok}+$$

$$+\left\lfloor \frac{\text{rok} - 1}{\text{(perioda přestupupných let)}} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{\text{rok} - 1}{\text{(první výjimka)}} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{\text{rok} - 1}{\text{(případná druhá výjimka)}} \right\rfloor$$

(pozn.: ta možná pro některé nová a neznámá závorka u dělení značí dolní celou část. Tedy dělíme celočíselně a vše za desetinnou čárkou ignorujeme.) Pro Gregoriánský kalendář tedy platí, že od roku 0 po začátek roku r uběhlo: $365 \times r + \lfloor \frac{r-1}{4} \rfloor - \lfloor \frac{r-1}{100} \rfloor + \lfloor \frac{r-1}{400} \rfloor$ dní.

Pro kalendář Velkého vůdce pak od počátku (rok 0) po začátek roku r uběhlo: $350 \times r + \lfloor \frac{r-1}{3} \rfloor + \lfloor \frac{r-1}{300} \rfloor$. 300 jako první výjimka je tu ze zadání trošku záludná. Musíme si uvědomit, co to vlastně znamená, že je každý 3. rok přestupný, vyjma každého 100. Rok 3 je určitě přestupný, rok 99 taktéž. Rok 100 není, ale vlastně se tu nejedná o výjimku. O tu se jedná až při nejmenším společném násobku periody přestupného roku a periody výjimky, tedy 3 a 100, což je 300.

Počet dní za měsíce, tedy od prvního měsíce daného roku po začátek daného měsíce, si nejlépe předdefinujeme do pole, kde indexy znázorňují daný měsíc. Přestupné měsíce zde neřešíme. Pro Gregoriánský kalendář by vypadalo asi nějak následovně: [0, 31, 59, 90, 120, 151, 181, 212, 243, 273, 304, 334] a pro Kalendář Velkého Vůdce: [0, 25, 46, 67, 91, 115, 140, 165, 186, 211, 235, 256, 280, 301, 325]. (Pozor, pole se ve většině programovacích jazycích indexuje od nuly. Měsíc se tedy rovná indexu + 1) Pokud budeme zjišťovat počet dní do začátku měsíce pro měsíc, který je větší než měsíc, ve kterém může nastat přestupný rok, potřebujeme vzít v úvahu i tuto přestupnost. Pokud je tedy rok přestupný, k výsledku v poli si představíme u daných měsíců o jedna větší hodnotu.

Spočítáme si počet dní od počátku pro zadaný datum a pro počáteční datum kalendáře Velkého vůdce (20.8.1984). Rozdíl nám pak udá počet dní, které uběhly od počátku kalendáře Velkého vůdce po zadaný datum.

Nyní si spočítáme rok ze známého počtu dní od počátku. K tomu se nám hodí znát, kolik dní má které období přestupných výjimek. Tedy pro kalendář Velkého vůdce si definujeme období jednoho přestupného roku: $p1 = \text{(délka roku)} \times perioda + 1$ dní. V překladu to pro nás znamená, že tři roky v kalendáři Velkého Vůdce mají: $350 \times 3 + 1 = 1051$ dní. Obdobně si spočítáme období výjimky:

$$p2 = (p1) \times \left(\frac{\text{perioda } p2}{\text{perioda } p1} \right) - 1.$$

V překladu 300 let v kalendáři Velkého Vůdce má: $1051 \times (\frac{300}{3}) - 1 = 105099$ dní. Rok = (první rok kalendáře) + (pocet obdobi výjimky vejdoucích se do počtu dní $\times$ perioda výjimky) + (počet období jednoho přestupného roku vejdoucího se do zbytku $\times$ perioda přestupného roku) + (počet let vejdoucích se do zbytku)

$$\text{Měsíc} = (\text{index nejbližšího menšího nebo rovného čísla ke zbytku z našeho pole}) + 1$$

Den = zbytek + 1. Tedy formálně:

$$\text{Rok} = \text{prvníRok} + \left\lfloor \frac{d}{p2} \right\rfloor \times (\text{perioda } p2) + \left\lfloor \frac{a}{p1} \right\rfloor \times (\text{perioda } p1) + \left\lfloor \frac{b}{p} \right\rfloor$$

kde d je počet dni od počátku, $p1$ a $p2$ jsou období definovaná výše, p je počet dní jednoho roku, $a = d \bmod p2$ a $b = a \bmod p1$ (pozn.: mod, neboli modulo, značí zbytek po dělení. Tedy „*amodb*“ značí zbytek po dělení čísla a číslem b). Po dosazení:

$$\text{Rok} = \text{prvníDen} + \left\lfloor \frac{d}{105099} \right\rfloor \times (300) + \left\lfloor \frac{d \bmod 105099}{1051} \right\rfloor \times (3) + \left\lfloor \frac{(d \bmod 105099) \bmod 1051}{350} \right\rfloor.$$

$$Měsíc = (\text{index nejbližšího nižšího nebo rovného čísla ke zbytku}) + 1$$

Zbytek se zde rovná: $((d \bmod p2) \bmod p1) \bmod p$

$$\text{Den} = (((d \bmod p2) \bmod p1) \bmod p) - \text{pole}[\text{měsíc}] + 1$$

$$\text{Den v týdnu} = (d \bmod (\text{počet dní v týdnu})) + 1 = (d \bmod 9) + 1$$

Časová i paměťová složitost je pak konstantní O(1). Ať už nám vstup příjde jakýkoliv, délku běhu ani velikost zabrané paměti nám to nijak výrazně neovlivní.