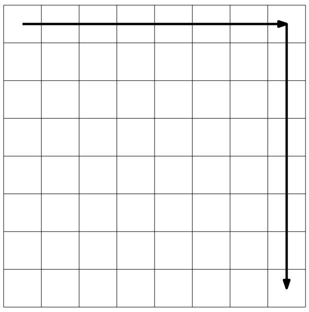
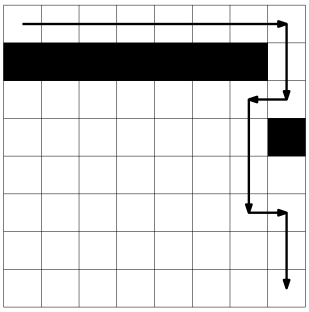
Řešení úlohy č. 1
Bludiště

V této úloze máme za úkol vytvořit bludiště daných rozměrů, ve kterém nejkratší cesta z levého horního do pravého dolního rohu má přesně danou délku. Úplně nejjednodušší tedy je vyrobit pouze jednu cestu a zbytek bludiště vyplnit překážkami. Zaměříme se teď tedy na to, jak vyrobit cestu dané délky.

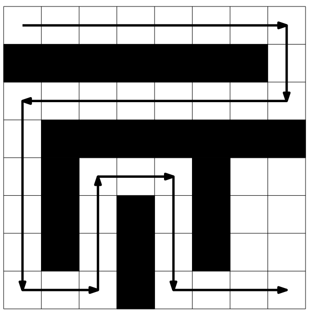
Začneme nejkratší cestou, kterou vůbec můžeme dosáhnout. Z levého horního rohu do pravého dolního rohu se nelze dostat kratší cestou než $n + m - 1$, kde n a m jsou rozměry bludiště.

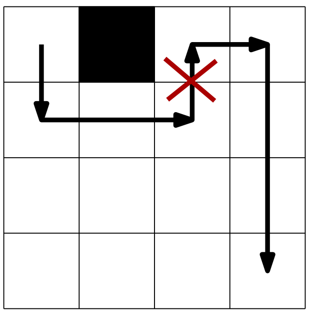
Všimněme si, že pokud chceme cestu nějak prodloužit tak ji vždy můžeme proudloužit pouze o sudý počet políček. Přidáme jednu překážku do cesty a zbytek políček nepatřících do cesty vyplníme překážkami. Cesta se tak prodlouží o 2. Je to kvůli tomu, že vždy když jdeme o políčko doleva, musíme pak někdy jít o políčko doprava, abychom se nakonec dostali na správnou horizontální souřadnici. Podle toho tedy víme, že pokud má k jinou paritu než $n + m - 1$, řešení neexistuje.





Pokud je výška obdélníku vyšší než 4 můžeme pomocí zarážek prodloužit cestu o $2n + 4$. Dostaneme se tak do případu stejného, s obdélníkem o velikosti $(n - 4) \times m$. Takovýmto procesem se zkracováním dimenzí obdélníku dostaneme k malému obdélníčku o obou dimenzích nejvýše 4. Zde se již nedá vynutit prodloužení cesty, protože vložená překážka rozdělí prostor na obdélníky šířky 1 a 2, ovšem v obdélníku šířky nejvýše 2 nelze vynutit aby se cesta prodloužila (obr. níže vpravo).





Meze problému byly nastaveny tak, aby tento přístup zafungoval. I pro nás ovšem zústává otevřená otázka – jaká je maximální cesta, která lze v takovémto bludišti vytvořit, a jak dokázat, že delší cesta již neexistuje? (Když budete mít náladu, můžete se nad tím zamyslet.)