

Úloha č. 4

Magické formule #3

5+5+2 b

Hľadanie predchodcu čísla nie je ľahká úloha, pri čom najintuitívnejšie riešenie (aspoň podľa názoru autora úlohy) vedie cez páry hodnôt, ktoré sme si už ukázali v prvej sérii. K zavedeným formuliam **FIR** a **SEC** na vyberanie prvej a druhej hodnoty z páru si zavedieme ešte formulu **MP** na skonštruovanie páru dvoch formulí:

$$\mathbf{MP} := \star b c s \cdot s b c$$

Myšlienka riešenia spočíva v tom, že môžeme n krát zvyšovať počiatočnú hodnotu **0** o 1, ale prvé zvyšovanie chceme preskočiť. K tomu si budeme interne reprezentovať výsledok ako pár hodnôt typu (číslo, pravdivostná hodnota), kde druhý prvok značí, či je ešte potrebné vykonať počiatočné preskočenie. Iniciálny pár teda môže vyzeráť napríklad takto:

$$\mathbf{PZ} := \mathbf{MP} \mathbf{0} \mathbf{T}$$

a formula ktorou budeme zvyšovať hodnotu páru o 1 bude vyberať buď pár s identickým číslom ak je druhým prvkom **T**, alebo o 1 väčšiu hodnotu v opačnom prípade. U oboch situácií ale zmení pravdivostnú hodnotu druhého prvku na **F**:

$$\mathbf{PINC} := \star p \cdot p (\mathbf{SEC} p) (\mathbf{MP} (\mathbf{FIR} p) \mathbf{F}) (\mathbf{MP} (\mathbf{INC} (\mathbf{FIR} p) \mathbf{F}))$$

Následne chceme tento mechanizmus aplikovať toľko krát, koľko je vstupná hodnota, a na konci vybrať z výsledného páru len prirodzené číslo:

$$\mathbf{PRE} := \star n \cdot \mathbf{FIR} (n \mathbf{PINC} \mathbf{PZ})$$

S použitím formule **PRE** bola tentokrát druhá časť tá ľahšia, môžeme totiž pomocou nej odčítať aj dve prirodzené čísla. Ak je prvé číslo väčšie alebo rovné tomu druhému, výsledkom bude nula, inak dostaneme nejaké kladné číslo a overenie či je číslo nulové už máme vyriešené z úlohy v druhej sérii. Formula ktorá overuje pravdivosť tvrdenia $a \geq b$ teda môže vyzeráť nasledovne:

$$\mathbf{GE} := \star a b \cdot \mathbf{ZERO} (a \mathbf{PRE} b)$$

Nakoniec, rovnosť už sa dá odvodiť jednoducho, $a = b$ platí práve keď $a \geq b$ a $b \geq a$, čiže:

$$\mathbf{EQ} := \star a b \cdot (a \mathbf{GE} b) \mathbf{AND} (b \mathbf{GE} a)$$