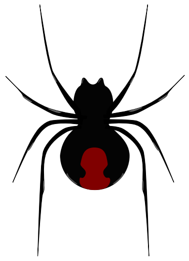
Úloha č. 2
Ranní tělocvik

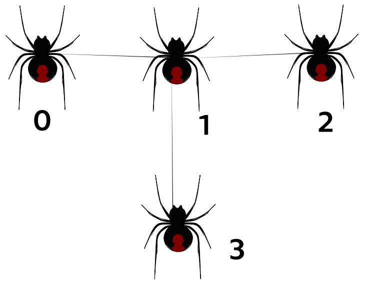


Zamysli se! 10 b

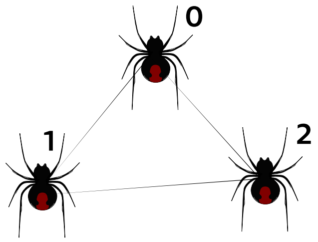
Tato úloha je čistě teoretická, tvým úkolem zde není napsat program. Namísto toho si dej záležet na kvalitním slovním popisu, kde mimo jiné jasně zdůvodníš, proč tvůj postup skutečně bude fungovat.

Úkolem této úlohy je nalézt tři různé pavouky tak, aby minimální délka vlákna mezi každými dvěma z této trojice byla stejná.

Hlavním pozorováním je, že pokud existuje pavouk se třemi sousedícími pavouky, tak se nám určitě trojici stejně vzdálených pavouků podaří najít. První případ je, že u tohoto pavouka nejsou žádní ze tří pavouků spojeni. V tomto případě vznikne útvar na následujícím obrázku a řešením jsou pavouci $0, 2$ a 3.



Pokud jsou však dva ze sousedních tří pavouků spojeni, tak vznikne trojúhelník pavouků, ve kterém jsou všichni vzdáleni 1. Tento útvar je vyobrazený na obrázku níže a řešením v tomto případě jsou všichni tři pavouci v trojúhelníku.



Pokud nenastal ani jeden sz předchozích případů, tak je každý pavouk napojený pouze na maximálně dva další pavouky. Po zamyšlení nad možnými spojeními zjistíme, že takto mohou vzniknout pouze dlouhé řetězy spojených pavouků za sebou, kde koncoví pavouci mají pouze jednoho souseda, nebo vznikne cyklus – pavouci spojení do kruhu. Na řetězu očividně trojici stejně vzdálených pavouků nenajdeme, ale na cyklu se taková trojice vyskytnout může.

Pokud by trojice pavouků byla na cyklu pouze v jedné půlce, tak nejkratší cesta mezi nejvzdálenějšími pavouky povede přes třetího, takže nebudou stejně vzdáleni. Pokud jsou rozmístění tak, že nejsou pouze v jedné polovině, tak jdou nejkratší cesty mezi pavouky po celé délce cyklu – tedy vzdálenosti trojic se sečtou na délku cyklu $ab + bc + ca = C$. Chceme zároveň, aby $ab = bc = ca$, takže $3ab = C$, tedy délka cyklu musí být dělitelná třemi, jinak rozmístění tří stejně vzdálených pavouků neexistuje.