

# Úloha č. 1

## Vánoce



---

Zamysli se!

10 b

*Tato úloha je čistě teoretická, tvým úkolem zde není napsat program. Namísto toho si dej záležet na kvalitním slovním popisu, kde mimo jiné jasně zdůvodníš, proč tvůj postup skutečně bude fungovat.*

Vypadáváš z portálu do nějaké až moc povědomé místnosti, ve které jsi už dlouho nebyl. Je to tvůj pokojíček! Ocitl ses doma, abys mohl se svou rodinou oslavit Vánoce. Celá rodina připravuje Vánoční výzdobu a tvůj mladší sourozenec na tebe doléhá, aby ses také zapojil. Prý máte za úkol vybrat, jestli letos na stromeček použijete červené nebo modré baňky. Ty bys ale ze všeho nejraději programoval. Chvilí tě přemlouvá, ale po chvíli podleheš, zvedáš se od počítače a jdete společně do komory, kde máte krabice s baňkami.

Stále ale přemýšlíte, kterou barvu letos zvolíte. Tobě by se hrozně líbila modrá a tvému sourozenci naopak červená. Pořád se nemůžete dohodnout, kterou barvu vyberete. Navrhuješ, že byste si mohli hodit mincí a pokud padne hlava, budete mít letos červené baňky a v případě orla budete mít modré. “To je přece nuda” namítá tvůj sourozenec a přichází s mnohem zábavnější alternativou.

Všimne si, že jedna z krabic je prázdná a následně do ní vloží  $n$  modrých a  $m$  červených baněk ( $n \geq 0, m \geq 0, m + n \geq 1$ ). Vysvětluje, co bude následovat. Budete se střídat a vždycky každý z vás vytáhne z krabice náhodně (tj. bez dívání) nějaké dvě baňky. Pokud se stane, že tyto dvě baňky budou mít stejnou barvu, vložíte jednu červenou baňku zpátky do krabice. Pokud se stane, že tyto dvě baňky budou mít různou barvu, vložíte jednu modrou baňku zpátky do krabice. Baňky vytažené v každém tahu do krabice nevracíte. Baňka, která zůstává jako poslední v krabici, bude rozhodující a takovou barvou ozdobíte váš Vánoční stromeček.

Je jasné, že jednou (právě po  $n + m - 1$  tazích) dojde k tomu, že v krabici zůstane jen jedna baňka. Tvým úkolem je zjistit, která z barev má vyšší pravděpodobnost zůstat jako poslední v závislosti na  $n$  a  $m$ . Pokud by tvůj sourozenec zvolil nejprve  $n$  a ty bys pak měl zvolit  $m$ , máš vždycky šanci si  $m$  zvolit tak, abys zaručil, že bude mít modrá barva větší pravděpodobnost zůstat poslední než červená? Můžeš předpokládat, že baněk obou barev máte neomezené množství.

*Příklad:* pro  $n = 2$  a  $m = 1$  se v prvním tahu buď vytáhnou dvě modré nebo jedna modrá a jedna červená. Pokud se vytáhly dvě modré, tak se vloží zpátky jedna červená. V dalším tahu se vytáhnou zbylé dvě červené a do krabice vrátíme jednu, poslední červenou. Nebo se v prvním tahu vytáhly jedna modrá a jedna červená, a vrátíme tam modrou. V krabici zbývají dvě modré, které se v dalším tahu vytáhnou, a do krabice vrátíme poslední červenou. Oba případy vedou na to, že v krabici zůstane červená, tj. pravděpodobnost že poslední baňka je červená je vyšší než že bude modrá.